

آنالیز مسائل سرریز زیر دریچه شعاعی بر اساس روش گالرکین بدون المان – المان

طبیعی

سیدعبدالصمد جوانمرد^۱

چکیده

گالرکین بدون المان (EFG) و المان طبیعی (NEM) از روش‌های شناخته شده در زمینه مکانیک محاسباتی و روش‌های بدون المان می‌باشند. در این مقاله از روش ترکیبی گالرکین بدون المان- المان طبیعی جهت شبیه سازی مسائل سرریز در حالت دو بعدی دارای سطح آزاد زیر دریچه شعاعی جهت محاسبه پروفیل سطح آزاد و دبی خروجی از مجرای خروجی استفاده شده است. در روش ترکیبی گالرکین بدون المان- المان طبیعی، توابع شکل بدست آمده از روش المان طبیعی بعنوان توابع وزن در روش گالرکین بدون المان مورد استفاده قرار می‌گیرند که باعث ایجاد خاصیت دلتای کرانیکر در توابع شکل می‌گردد. روش گالرکین بدون المان در حالت معمولی دارای خاصیت دلتای کرانیکر در توابع شکل نمی‌باشد که جهت اعمال شرایط مرزی اساسی، نیاز به استفاده از روش‌های خاص است. در این مطالعه، سیال عبوری، تراکم ناپذیر و غیر لزج فرض شده و نتایج حاصل از شبیه سازی با نتایج حاصل از روش المان محدود و نتایج عملی ارائه شده در سایر مقالات مقایسه شده است که نتایج بدست آمده دارای همخوانی جهت پروفیل سطح آزاد و دبی خروجی می‌باشد که نشان می‌دهد روش ترکیبی گالرکین بدون المان- المان طبیعی توانائی مدل کردن مسائل سرریز را دارا می‌باشد.

واژه های کلیدی: مسائل سرریز، روش‌های بدون المان، سطح آزاد، روش گالرکین بدون المان- المان طبیعی، دریچه شعاعی.

^۱ گروه مهندسی مکانیک، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی، مرودشت، ایران ajavanmard@miau.ac.ir

مقدمه

آنالیز دو بعدی جریان هائی که تحت تاثیر وزن خود جاری می شوند که شامل سطح آزاد^۲ می باشند از موضوعات مورد علاقه محققان در شاخه مهندسی هیدرولیک است. پارامترهای جریان شامل سرعت، توزیع فشار و پروفیل سطح آزاد می باشد. معادله لاپلاس، معادله حاکمه بر مسائل سطح آزاد در حالت پایدار^۳ می باشد. مسائل سطح آزاد مسائلی ذاتاً غیر خطی می باشند که بر اساس یافتن موقعیت سطح آزاد و ارضاء شرط مرزی بر روی آن به صورت همزمان انجام می گیرد.

روش المان محدود یکی از روش های مورد استفاده محققان در حل مسائل سطح آزاد می باشد. استفاده از روش المان محدود در حل مسائل سطح آزاد، ابتدا توسط مک کورکئودالی و لی (۱۹۷۱) جهت بررسی جریان زیر دریچه تخت مورد استفاده قرار گرفت. تعداد دیگری از محققان که در این زمینه فعالیت داشته اند شامل اکیگاوا و واشیزو (۱۹۷۳)، چن و همکاران (۱۹۸۱)، ایساکس (۱۹۷۷)، لی و همکاران (۱۹۸۹) و سانکاراناریان و راثو (۱۹۹۶) می باشد. دانشمند و همکاران (۱۹۹۹، ۲۰۰۰، ۲۰۱۰ و ۲۰۱۲) سطح آزاد را برای جریان جاری شده زیر دریچه شعاعی و ترکیب دامنه متغیر و دامنه ثابت را بر اساس روش های المان محدود و المان طبیعی بدست آوردند. مزیت این روش ها، سرعت همگرایی بیشتر در حل مساله و یافتن موقعیت سطح آزاد می باشد. فراری (۲۰۱۰) مسائل سرریز را با استفاده از روش بدون المان SPH مورد بررسی قرار داد. همچنین کومار و همکاران (۲۰۱۱) سرریزهای پلان مثلثی را مورد مطالعه قرار دادند و حسینی (۲۰۱۴) سرریزهای پلان مثلثی را با استفاده از نرم افزار flow-3D شبیه سازی کرد.

هر چند روش المان محدود دارای توانائی بالائی در شبیه سازی مسائل سطح آزاد می باشد ولی بعلت ایجاد تغییرات شدید موقعیت سطح آزاد در فرایند شبیه سازی، نیازمند ایجاد شبکه جدید توسط کاربر می باشیم که تولید شبکه بخصوص جهت مسائل سه بعدی به شدت زمان بر می باشد و وقت و هزینه زیادی از تحلیل را به خود اختصاص می دهد. در این خصوص استفاده از روش های

بدون المان باعث حل مشکلات مربوط به تولید المان و عدم نیاز به دخالت کاربر در فرایند حل می گردد. برای مقایسه روند کلی حل در روشهای بدون شبکه با روش المان محدود می توان به شکل ۱ مراجعه نمود. در روش های بدون المان، تابع تقریب فقط بر اساس مجموعه ای از گره ها تشکیل می شود و برای تشکیل تابع تقریب نیازی به المان نیست. برخلاف روش اجزا محدود که برای تشکیل درون یاب ها نیازمند ساختار المانی می باشد. در اکثر تحقیقات انجام شده در زمینه مسائل سطح آزاد، مساله انتخاب شده جریان عبوری از زیر دریچه سد می باشد که سطح آزاد در این گونه مسائل در ناحیه ای کوچک نزدیک به دریچه خروجی به صورت منحنی بوده و در ادامه سطح آزاد حالت پایدار به خود می گیرد در صورتی که در مسائل سرریز، سطح آزاد مجهول، دارای شکل منحنی در ناحیه ای بزرگتر نسبت به مسائل عبوری از زیر دریچه می باشند. از این رو حل این گونه مسائل پیچیده تر و نیازمند صرف زمان بیشتر جهت یافتن منحنی سطح آزاد می باشد.

مواد و روش تحقیق

روش ترکیبی گالرکین بدون المان و المان طبیعی

روش گالرکین بدون المان از جمله روش های معروف بدون المان است. در این روش، توابع تقریب با استفاده از روش کمترین مربعات متحرک ساخته می شوند. تقریب کمترین مربعات متحرک روشی برای بدست آوردن تقریبی از یک تابع مجهول با داشتن مقدار آن در تعدادی نقاط مجزا می باشد. اگر x نقطه ای درون ناحیه مسأله باشد تقریب کمترین مربعات متحرک در آن نقطه به صورت زیر خواهد بود:

$$u(x) = \hat{u}(x) = \sum_{i=1}^m p_i(x) \alpha_i \quad (1)$$

که $p(x)$ بعنوان بردار توابع پایه و α بعنوان بردار ضرایب شناخته می شود. معمولاً تعداد نقاط n باید از تعداد توابع پایه m بیشتر باشد. رابطه (۱) را می توان به صورت زیر نیز بیان نمود:

$$u(x) = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 & \dots & \alpha_m \end{bmatrix}^T \quad (2) \\ = p^T(x) \alpha$$

⁴- smooth particle hydrodynamics

²- free surface

³- steady state

با استفاده از رابطه (۱۰)، مشتق مرتبه اول به صورت زیر قابل بیان می باشد:

$$= u_{,x} \quad (12)$$

$$= p_{,x}^T A^{-1} B \bar{u} - p^T A^{-1} A_{,x} A^{-1} B \bar{u} + p^T A^{-1} B_{,x} \bar{u}$$

توابع وزن مورد استفاده در روش گالرکین بدون المان

تابع وزن برای تمامی گره ها و روی تمامی دامنه مساله تعریف می گردد به طوری که تابع وزن بر روی تمامی نقاط دامنه مثبت یا صفر می باشد و مقدار آن در x_j حد اکثر بوده و با دور شدن از نقطه x_j مقدار آن کاهش می یابد و در فاصله ای از گره مورد نظر که آن را شعاع اثر تابع وزن می نامند، مقدار آن برابر صفر می گردد به عبارت دیگر شعاع اثر تابع وزن بیان کننده ناحیه ای است که آن گره خاص می تواند روی جواب تاثیر بگذارد. از جمله توابع وزن می توان به معروف ترین آنها cubic spline و Gaussian اشاره نمود (موست، ۲۰۰۷).

درون یاب المان طبیعی جهت دستیابی به توابع وزن

دیاگرام ورونی و شبکه بندی دلانی یکی از اساسی ترین و مفیدترین ابزارهایی هستند که یک مجموعه نامنظم نقاط (گره ها) را تعریف می کنند. مجموعه ای از گره های مجزا به صورت $N = \{n_1, n_2, \dots, n_m\}$ را در فضای R^2 در نظر بگیرد. دیاگرام ورونی مرتبه اول برای مجموعه N ، تقسیمی از صفحه به نواحی T_I است که هر ناحیه T_I به گره n_I نسبت داده می شود به طوری که هر نقطه در این ناحیه به گره n_I نزدیکتر از هر گره دیگر است. به این نواحی T_I سلولهای ورونی مرتبه اول گفته می شود که بیان ریاضی دیاگرام آن به صورت زیر است:

$$T_I = \{x \in R^2 : d(x, x_I) < d(x, x_J) \forall J \neq I\} \quad (13)$$

با توجه به آنکه فضای متریک در نظر گرفته شده فضای اقلیدسی است، $d(x_I, x_J)$ فاصله بین x_I و x_J است. این مکان هندسی با رسم عمود منصف های بین هر دو گره بدست می آید. دیاگرام ورونی مرتبه دو به صورت روبرو تعریف می شود: مکان هندسی نقاطی از صفحه که n_I نزدیک ترین همسایه و n_J نزدیک ترین همسایه بعد از آن

لذا می توان خطای ناشی از تقریب را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$J = \sum_{j=1}^n w_j(x) [\bar{u}_j - \hat{u}_j]^2 = \sum_{j=1}^n w_j(x) [\bar{u}_j - p^T(x_j) \alpha(x)]^2 \quad (3)$$

که $w_j(x)$ تابع وزن متناسب با گره J ام می باشد که در نقطه x محاسبه شده است. اکنون با حداقل کردن مقدار خطا می توان ضرایب مجهول (بردار α) را محاسبه کرد. جهت حداقل کردن خطا لازم است که:

$$\partial J / \partial \alpha_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

این رابطه منجر به رابطه زیر خواهد شد:

$$A(x) \alpha(x) = B(x) \bar{u} \quad (5)$$

که:

$$A(x) = \sum_{i=1}^n w_i(x) p(x_i) p^T(x_i),$$

$$B(x) = [w_1(x) p(x_1), \dots, w_n(x) p(x_n)], \quad (6)$$

$$\bar{u} = [\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_n]^T$$

اگر طرفین رابطه (۵) در معکوس ماتریس A ضرب شود بردار ضرایب به صورت زیر بدست می آید:

$$\alpha(x) = A^{-1}(x) B(x) \bar{u} \quad (7)$$

چنانچه رابطه (۶) در رابطه (۷) جایگذاری شود می

توان توابع شکل را به صورت زیر معرفی نمود:

$$u(x) = \hat{u}(x) = \phi^T(x) \bar{u}$$

$$= \sum_{j=1}^n \phi_j(x) \bar{u}_j \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

$$\phi(x) = p^T(x) A^{-1}(x) B(x) \quad \text{or}$$

$$\phi_j(x) = \sum_{i=1}^m p_i(x) [A^{-1}(x) B(x)] \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$\phi_j(x)$ را تابع شکل متعلق به گره J ام در نقطه x می نامیم. در اینجا α و ماتریس های A و B ثابت نبوده و تابعی از x می باشند. برای محاسبه مشتق مرتبه اول و دوم بر اساس روابط (۲) و (۷) خواهیم داشت:

$$u(x) = p^T(x) A^{-1}(x) B(x) \bar{u} \quad (10)$$

در اینصورت لازم است مشتق به صورت زنجیره ای از

A و B نسبت به x گرفته شود:

$$\frac{\partial A(x)}{\partial x} = A_{,x}(x) \quad \frac{\partial p(x)}{\partial x} = p_{,x}(x)$$

$$\frac{\partial B(x)}{\partial x} = B_{,x}(x) \quad (11)$$

$$\frac{\partial A^{-1}(x)}{\partial x} = -A^{-1}(x) A_{,x}(x) A^{-1}(x)$$

سیال عبوری، تراکم ناپذیر، غیر لزج و غیر چرخشی فرض گردیده است.

معادله حاکم، معادله لاپلاس می باشد که به صورت زیر بر حسب تابع جریان $\psi(x,y)$ بیان می گردد:

$$\psi_{,xx} + \psi_{,yy} = 0 \quad (17)$$

با توجه به شکل ۴، سطوح S_1 و S_3 به ترتیب بیان کننده جریان ورودی و خروجی می باشد که دارای فاصله مناسب از دریچه بوده به صورتی که خطوط جریان بر این سطوح عمود می باشند. سطح S_5 بیان کننده سطح دریچه شعاعی و سطح S_4 بیان کننده سطح جریان آزاد بوده که موقعیت آن در مساله مجهول است می باشد. در این تحقیق، ارتفاع آب پشت دریچه شعاعی (HE) جزء معلومات و شدت جریان (Q) جزء مجهولات مساله می باشد. همچنین سایر شرایط مرزی در شکل ۴ بیان شده است. هدف از حل مساله را می توان به صورت یافتن موقعیت سطح آزاد و شدت جریان خروجی بر اساس روش ترکیبی گالرکین بدون المان-المان طبیعی بیان نمود.

اصلاح سطوح آزاد

با توجه به ماهیت غیر خطی مساله، حل آن یک فرایند تکراری می باشد به این صورت که در ابتدا یک حدس اولیه برای موقعیت سطح آزاد آغازگر حل مساله می باشد و در هر مرحله موقعیت سطوح آزاد اصلاح می گردد تا همگرایی به جواب حاصل شود.

در فرایند حل، اصلاح دبی با استفاده از رابطه $Q^{k+1} = \psi^k$ انجام می شود که ψ^k تابع جریان محاسبه شده در گره ابتدائی سطح آزاد مورد نظر در مرحله k ام می باشد.

الگوریتم حل مساله

در این مقاله با فرض مشخص بودن ارتفاع آب پشت سد و میزان باز شدگی دریچه شعاعی، مقدار دبی، موقعیت سطوح آزاد سیال و توزیع فشار در کانال محاسبه می گردد. الگوریتم حل را می توان به صورت زیر بیان نمود:

الف) با توجه به شکل ۵، ناحیه حل مساله به دو ناحیه ثابت و ناحیه متغیر تقسیم می شود. در ناحیه ثابت، کلیه گره ها در فرایند حل مساله دارای موقعیت ثابت بوده و

می باشد. این ناحیه را می توان به بیان ریاضی به صورت زیر تعریف کرد:

$$T_{IJ} = \{x \in R^2 : d(x, x_I) < d(x, x_J) < d(x, x_K), \quad \forall K \neq I, J\} \quad (14)$$

که $x(x,y)$ نقطه ای متعلق به فضای دوبعدی است. سیسسون در سال ۱۹۸۰ درون یاب همسایه طبیعی معرفی نمود. در این روش برای تعیین همسایه های طبیعی نقطه ای مانند x به مختصات (x_1, x_2) ، از دیاگرام ورونی مرتبه دوم استفاده می شود و بدین ترتیب همسایه طبیعی و مختصات همسایه طبیعی معرفی می شود. مختصات همسایه طبیعی (توابع شکل) به عنوان توابع درونیابی در درون یاب های همسایه طبیعی سیسسون و به عنوان توابع تست در اجرای روش گالرکین برای حل معادلات دیفرانسیل پاره ای استفاده می شود. تابع شکل همسایه طبیعی x نسبت به همسایه طبیعی I به عنوان نسبت مساحت سلول ورونی مرتبه دو (A_i) به کل مساحت سلول ورونی مرتبه اول (A) تعریف می شود:

$$\varphi_I(x) = \frac{A_I(x)}{A(x)}, \quad A(x) = \sum_{j=1}^n A_j(x) \quad (15)$$

مشقت توابع شکل سیسسون از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\Phi_{I,j}(x) = \frac{A_{I,j}(x) - \Phi_I(x)A_{j,j}(x)}{A(x)}, \quad j = 1, 2 \quad (16)$$

شکل ۲-الف بیان کننده تعدادی از نقاط در صفحه می باشد. می توان این نقاط را بر اساس روش دلانی مثلث بندی نمود. شبکه ورونی این نقاط بوسیله ترسیم عمود منصف های بین هر دو گره بدست می آید (شکل ۲-ب). در صورتی که نقطه x ، یک نقطه در فضای در بر گیرنده نقاط مساله باشد جهت دست یابی به توابع شکل در گره x ، ابتدا بوسیله ترسیم شبکه ورونی برای گره x و نقاط اطراف، همسایه های طبیعی گره x مشخص می گردد (شکل ۳-الف) که برای نقطه x ، ۵ همسایه طبیعی وجود دارد. با توجه به رابطه (۱۵) و اشکال ۳-الف و ۳-ب، توابع شکل برای گره x بر حسب روش المان طبیعی و المان محدود در جدول ۱ آمده است.

فرمول بندی مساله

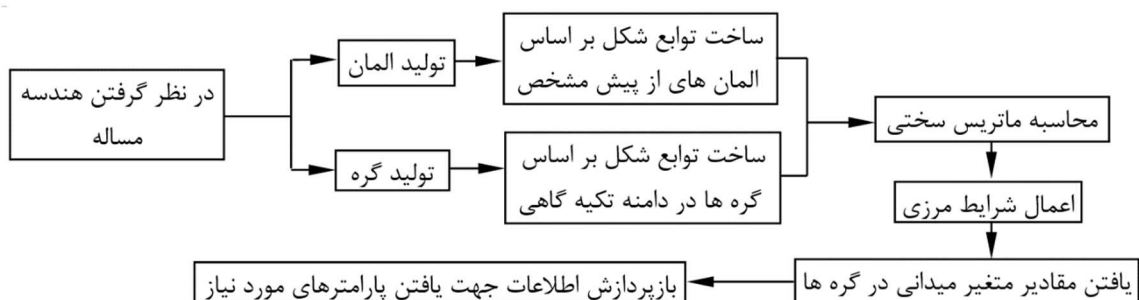
طرح شماتیکی از هندسه و شرایط مرزی جریان سرریز با دریچه شعاعی در شکل ۴ نشان داده شده است.

جدول ۱- توابع میان یاب از دو روش المان محدود و المان طبیعی.

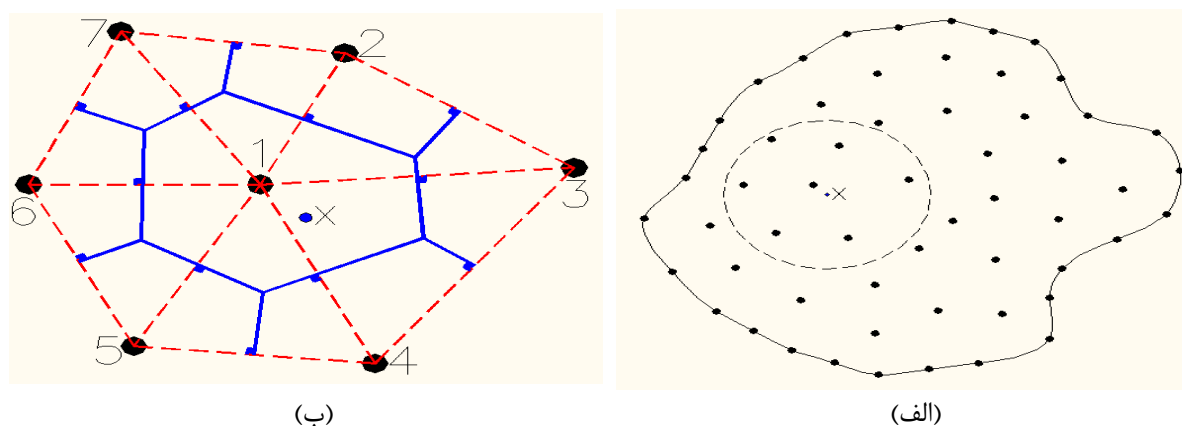
تابع شکل	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5
المان محدود	A_{x34} / A_{134}	0	A_{x14} / A_{134}	A_{x13} / A_{134}	0
المان طبیعی	A_{afghb} / A_{abcde}	A_{bch} / A_{abcde}	A_{cdgh} / A_{abcde}	A_{efgd} / A_{abcde}	A_{aef} / A_{abcde}

جدول ۲- مختصات نقاط پیشنهادی

points	A	B	C	D	E	F
x (m)	۰/۰	-۰/۳۳	-۰/۶۶	-۰/۶۶	-۰/۳۳	۰/۰
Y(m)	۰/۳۳	۰/۳۳	۰/۳۳	۰/۱۶۵	۰/۱۶۵	۰/۱۶۵

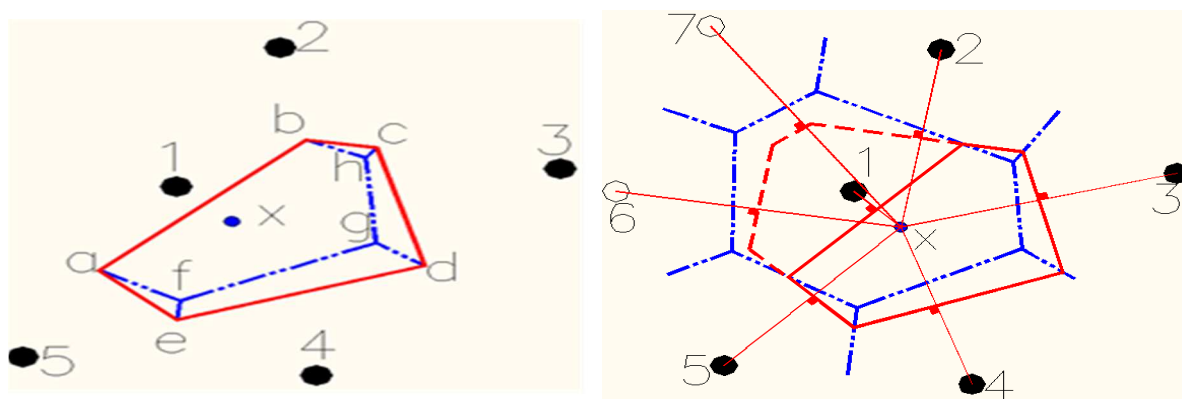


شکل ۱- مقایسه بین روش المان محدود و روش های بدون المان.

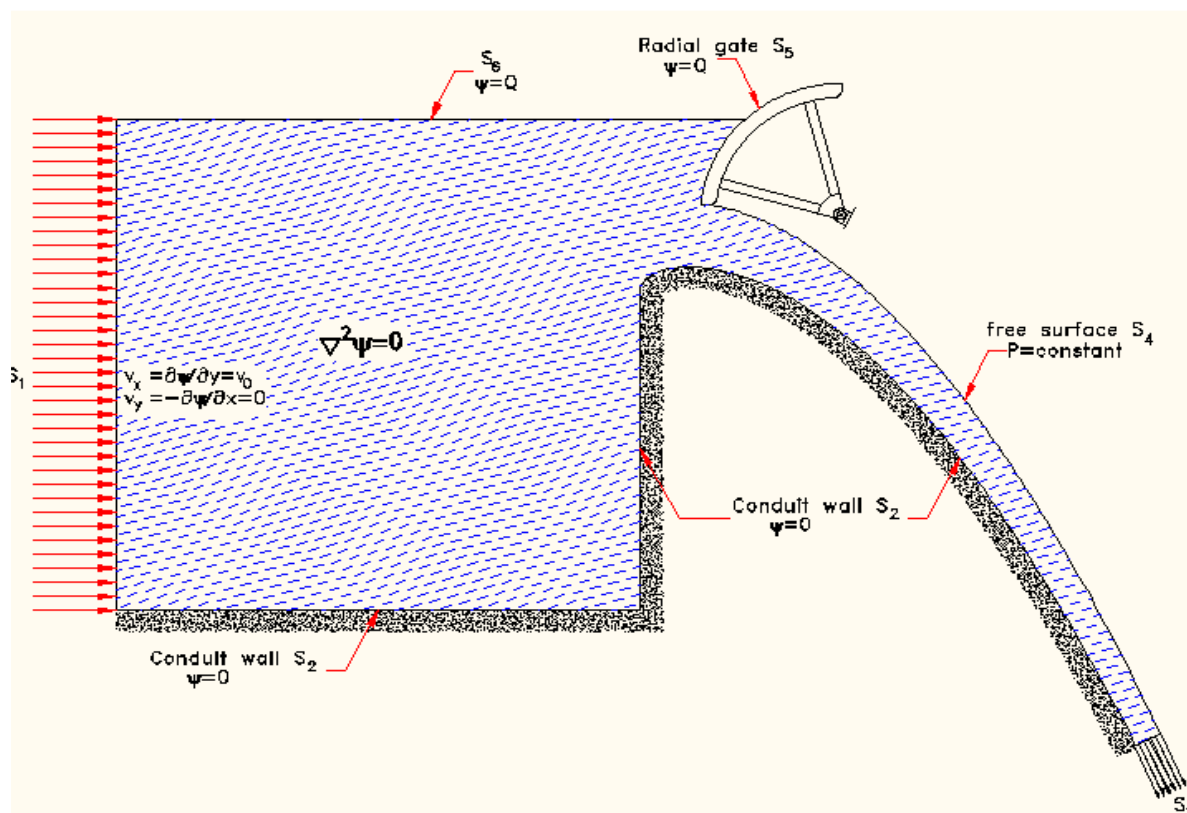


شکل ۲- الف- توزیع گره در ناحیه حل مساله و یک نقطه انتگرال گیری دلخواه.

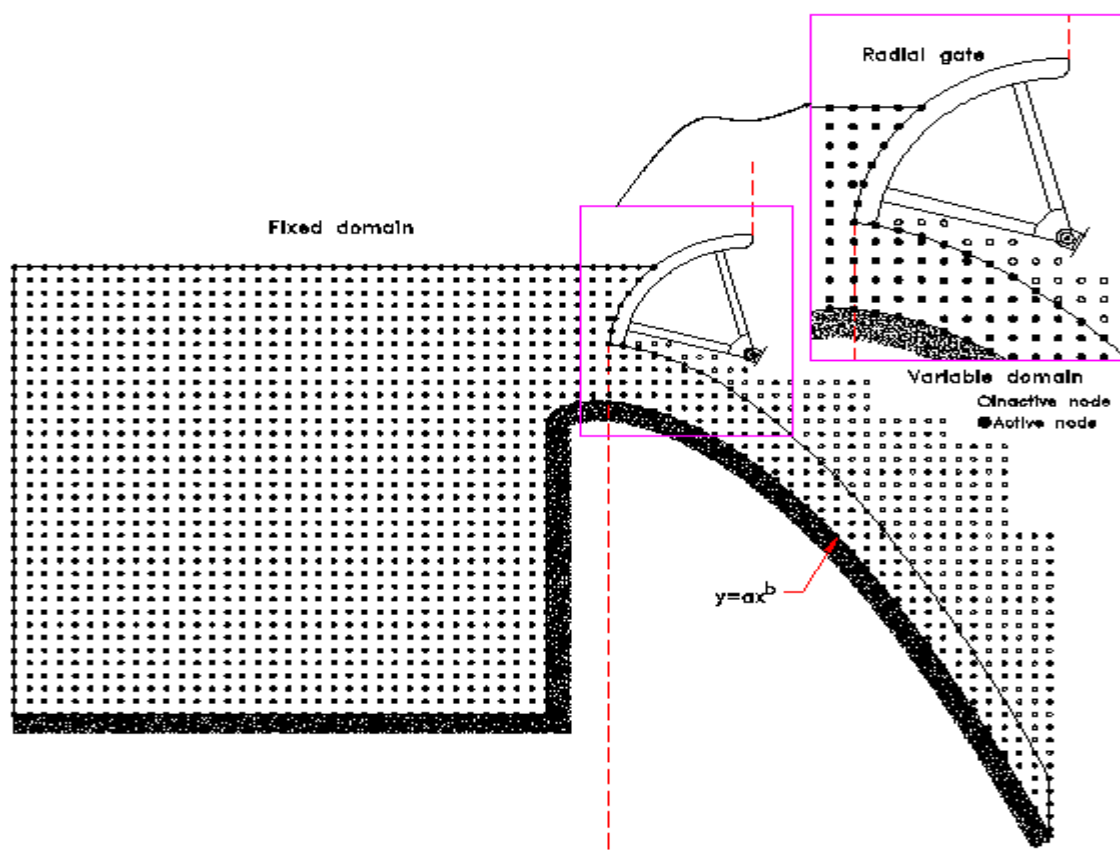
ب- مثلث بندی دلانی و شبکه بندی ورونی جهت گره های قرار گرفته در همسایگی نقطه X.



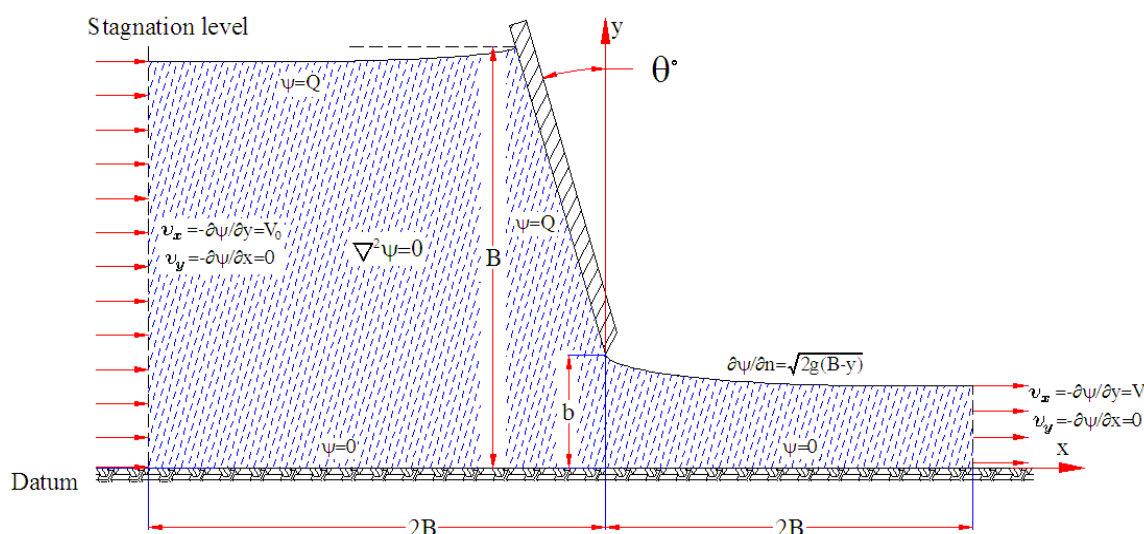
شکل ۳- شبکه بندی ورونی مرتبه دوم جهت نقطه X.



شکل ۴- نمای هندسی و شرایط مرزی جریان سرریز با دریچه شعاعی



شکل ۵- گره های فعال و غیر فعال در ناحیه ثابت و متغیر



شکل ۶- شماتیک جریان عبوری از زیر دریچه تخت جهت بررسی اثر زاویه دریچه

مثال ۱ (جریان عبوری از زیر دریچه برای زوایای مختلف دریچه)

طرح شماتیکی از جریان دو بعدی عبوری از زیر دریچه تخت به همراه شرایط مرزی در شکل ۶ نشان داده شده است. در این قبیل مسائل، هد سکون جریان معلوم بوده و هدف تعیین نرخ جریان گذرنده از مجرا و شکل سطح آزاد جریان می باشد. سیال عبوری، تراکم ناپذیر، غیر لزج و غیر چرخشی فرض گردیده است و معادله حاکم، معادله لاپلاس می باشد. همچنین شرط مرزی بر روی سطح آزاد جریان به صورت زیر می باشد:

$$V^2/2g + y = B \quad p = 0 \quad (18)$$

که در آن V اندازه سرعت سیال روی سطح، g شتاب جاذبه، y ارتفاع سطح آزاد از مبدا پتانسیل صفر و B ثابت برنولی می باشد. با استفاده از رابطه $V = \partial\psi/\partial n$ که در آن n بردار یکه عمود بر سطح می باشد رابطه (۱۸) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\partial\psi/\partial n = \sqrt{2g(B-y)} \quad (19)$$

با توجه به ماهیت غیر خطی مساله، حل آن یک فرایند تکراری می باشد که در ابتدا یک حدس اولیه برای موقعیت سطح آزاد، آغازگر حل مساله می باشد و در هر مرحله موقعیت سطح آزاد اصلاح می گردد تا همگرایی به جواب حاصل شود. برای این منظور اصلاح دبی به صورت زیر خواهد بود:

$$Q^{k+1} = \psi_c^k \quad (20)$$

فعال می باشند ولی در ناحیه متغیر، با توجه به موقعیت سطوح آزاد، گره های فعال انتخاب می شوند. (ب) حدس اولیه جهت شکل سطح آزاد انتخاب می شود.

(ج) با توجه به موقعیت سطح آزاد، گره های فعال در ناحیه متغیر انتخاب می شوند.

(د) با توجه به اعمال شرایط مرزی، مساله بر اساس روش ترکیبی گالرکین بدون المان-المان طبیعی حل شده و تابع جریان (ψ) جهت کلیه گره ها با توجه به موقعیت سطح آزاد محاسبه می شود. در ادامه Q^{k+1} با توجه به ψ محاسبه شده جهت اولین گره قرار گرفته بر سطح آزاد محاسبه شده و فرایند حل تا رسیدن مقدار معیار همگرایی به دقت تعریف شده جهت حل ادامه می یابد. معیار همگرایی جهت گره های قرار گرفته بر روی سطح آزاد به صورت $|Q^{k+1} - \psi_i^k|/Q^{k+1}$ تعریف می شود.

نتایج و بحث

جهت بررسی توانائی روش ترکیبی گالرکین بدون المان-المان طبیعی، ابتدا جریان عبوری از زیر دریچه برای زوایای مختلف دریچه (شکل ۶) مورد بررسی قرار گرفت و در ادامه جریان سرریز شبیه سازی گردید.

مثال های انتخاب شده بصورتی است که نتایج عددی حاصل از شبیه سازی با نتایج ارائه شده در دیگر مقالات مورد مقایسه قرار گرفته و اعتبار سنجی شود.

سطح آزاد جهت کلیه موارد یکسان می باشد که در شکل ۷ آمده است. میزان خطای در نظر گرفته شده برابر $\varepsilon=1e-5$ است.

مثال ۲ (جریان سرریز زیر دریچه شعاعی)

در مثال دوم، جریان سرریز دو بعدی عبور کرده از زیر دریچه شعاعی مورد بررسی قرار می گیرد. شکل ۸ نمای کلی دریچه شعاعی جهت جریان سرریز را نشان میدهد. مقادیر پارامترهای مورد استفاده در شکل ۸ در جدول ۴ ارائه شده است. پروفیل سطح پائینی بوسیله رابطه $X^{1.85}=2H_d^{0.85}Y$ تعریف شده است. علت استفاده از این مقادیر جهت پارامترهای دریچه شعاعی در بررسی جریان سرریز ایجاد امکان مقایسه نتایج با نتایج ارائه شده در تحقیقات انجام شده قبلی شامل نتایج بر اساس روش المان محدود و نتایج عملی می باشد.

جهت بررسی جریان سیال در هنگام عبور از زیر دریچه شعاعی، مدل سد جهت دو حالت متفاوت هد جریان (۸،۲۵۶ متر و ۹،۸ متر) تهیه گردید و شبیه سازی بر اساس روش گالرکین بدون المان-المان طبیعی انجام گرفت. جهت شبیه سازی بر اساس روش ترکیبی گالرکین بدون المان-المان طبیعی ۵۳۵ گره در مرحله اول حل در نظر گرفته شد و سطوح آزاد جریان جهت میزان خطا برابر با $\varepsilon=1e-5$ بدست آمد. نتایج حاصل از شبیه سازی در جدول ۵ آمده است. نتایج ارائه شده در این جدول دارای همخوانی خوبی با نتایج عملی و نتایج حاصل از روش المان محدود می باشد. همچنین شکل های ۹ و ۱۰ به ترتیب بیان کننده پروفیل سطح آزاد و شکل های ۱۱ و ۱۲ به ترتیب بیان کننده کانتور شدت جریان جهت دو حالت متفاوت هد جریان (۸،۲۵۶ متر و ۹،۸ متر) می باشند.

نتیجه گیری

در تحقیق حاضر روشی جدید بر پایه روش گالرکین بدون المان (EFG) و المان طبیعی (NEM) جهت بررسی مسائل دو بعدی سرریز که بر اثر وزن خود جاری می شوند ارائه شده است. در روش ترکیبی گالرکین بدون المان-المان طبیعی، توابع شکل بدست آمده از روش المان طبیعی بعنوان توابع وزن در روش گالرکین بدون المان مورد استفاده قرار می گیرند که باعث ایجاد خاصیت دلتای

که ψ_c^k تابع جریان محاسبه شده در نقطه C در مرحله k م می باشد. رابطه زیر بیان کننده اصلاح مکان گره های روی سطح آزاد می باشد:

$$\Delta y_i = -\frac{\psi_i^k}{g(y_i^k)^2} \left[\left(q^{k+1} - \psi_i^k \right) / \left(1 - \frac{(\psi_i^k)^2}{g(y_i^k)^3} \right) \right] \quad (21)$$

که $\Delta y_i = y_i^{k+1} - y_i^k$ می باشد. با استفاده از رابطه (۲۱)، موقعیت اصلاح شده سطح آزاد بدست می آید به این ترتیب با مشخص شدن موقعیت جدید سطح آزاد گره ها از نظر روشن یا خاموش بودن بررسی شده و آنالیز روش گالرکین بدون المان بر اساس ضرایب وزنی بدست آمده از روش المان طبیعی برای یافتن میدان جریان انجام می شود و این تکرار تا رسیدن به همگرایی ادامه می یابد. شرط همگرایی را می توان بر اساس تغییر دبی در دو مرحله متوالی انتخاب کرد به این صورت که فرایند تکرار تا رسیدن به شرط زیر ادامه یابد.

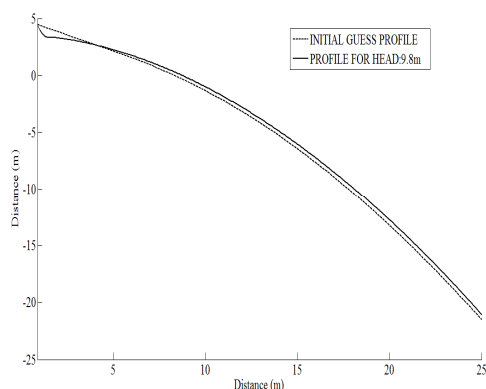
$$\left| q^{k+1} - q^k \right| \leq \varepsilon \quad (22)$$

الگوریتم حل در نظر گرفته شده جهت حل مساله شبیه به الگوریتم ارائه شده جهت مسائل سرریز می باشد به صورتی که در ابتدا مجموعه ای از گره ها در فضای حل مساله در نظر گرفته می شود سپس یک سطح آزاد اولیه - بعنوان مثال یک چهارم بیضی- انتخاب می گردد و گره های قرار گرفته در زیر منحنی سطح آزاد بعنوان گره های فعال انتخاب می گردد. این گره ها فضای حل مساله را تشکیل می دهند در ادامه با توجه به گره های قرار گرفته در فضای حل، مساله بر اساس روش ترکیبی گالرکین بدون المان-المان طبیعی حل می گردد سپس شرط همگرایی مساله بررسی می گردد در صورت لزوم ادامه حل، موقعیت گره های قرار گرفته بر روی سطح آزاد اصلاح می گردد و حل مساله تا حصول همگرایی تعریف شده برای مساله ادامه می یابد.

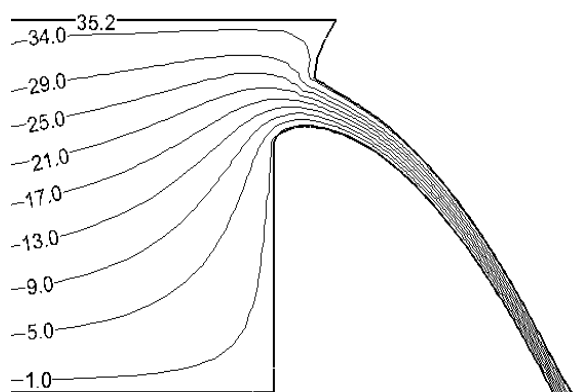
جهت بررسی تاثیر زاویه دریچه سد، با توجه به شکل ۶، مقادیر مختلفی برای θ شامل ۰، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰ و ۷۰ درجه انتخاب گردید در کلیه موارد فشار و دبی جریان در نقاط A، B، C، D، E و F که مختصات آنها در جدول ۲ آمده است محاسبه گردید که نتایج در جدول ۳ ارائه شده است همچنین مقادیر محاسبه شده جهت دبی جریان در نقطه A مقادیر ۷ جهت نقاط قرار گرفته بر روی سطح آزاد جریان می باشد و اشکال بدست آمده جهت

شود که در مراحل مختلف حل با توجه به موقعیت سطح آزاد، نقاط گره‌ی مورد نظر فعال می‌گردد.

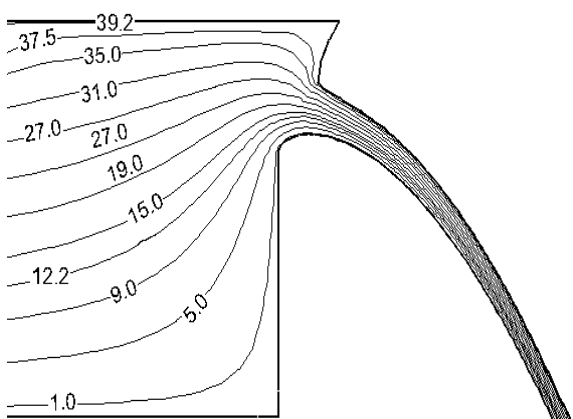
جهت جریان عبوری از زیر دریچه برای زوایای مختلف دریچه سطح آزاد یکسانی بدست آمد که نشان می‌دهد موقعیت سطح آزاد وابسته به زاویه دریچه نمی‌باشد. همچنین جهت جریان سرریز زیر دریچه شعاعی، مقایسه



شکل ۱۰- پروفیل سطوح آزاد برای هد جریان برابر با ۹/۸ متر

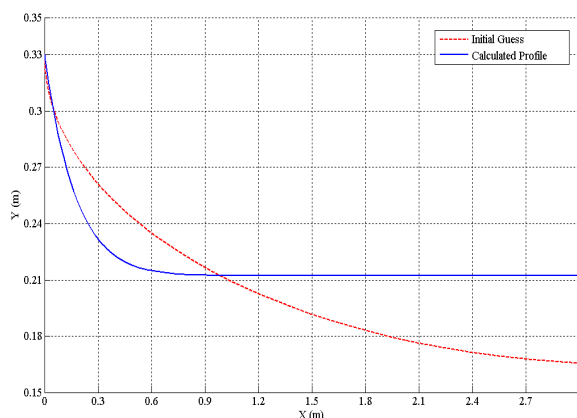


شکل ۱۱- کانتور شدت جریان برای هد جریان برابر با ۸/۲۵۶ متر

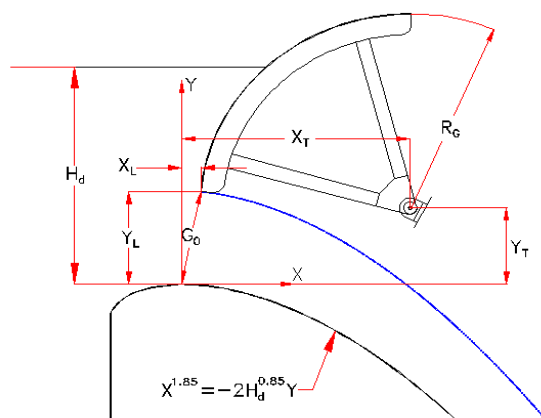


شکل ۱۲- کانتور شدت جریان برای هد جریان برابر با ۹/۸ متر

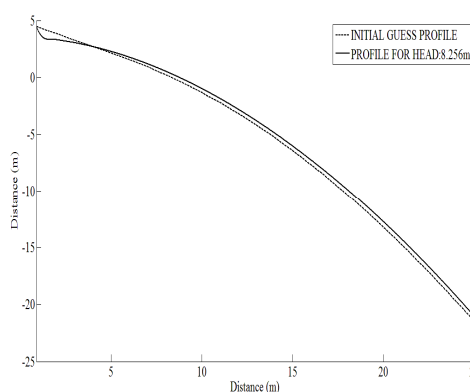
کرانیکر در توابع شکل می‌گردد و اعمال شرایط مرزی را ساده می‌کند. در حالت عادی توابع شکل حاصل از روش گالرکین بدون المان دارای خاصیت دلتای کرانیکر نمی‌باشند که جهت اعمال شرایط مرزی اساسی، نیاز به استفاده از روش‌های خاص می‌باشد. همچنین در این روش بر خلاف روش المان محدود، نیازمند تشکیل شبکه‌ی ای از المان نبوده و از شبکه دلخواهی از نقاط گره‌ی استفاده می‌



شکل ۷- نمای سطح آزاد



شکل ۸- نمای کلی دریچه شعاعی جهت جریان سرریز



شکل ۹- پروفیل سطوح آزاد برای هد جریان برابر با ۸/۲۵۶ متر

جدول ۳- مقادیر محاسبه شده جریان در نقاط پیشنهادی جهت مقادیر مختلف θ

	Ψ (m ² /sec)					
	A	B	C	D	E	F
$\theta=0^\circ$	۱/۱۲۶۷	۰/۵۹۰۳	۰/۳۸۶۶	۰/۱۹۳۳	۰/۳۴۵۵	۰/۵۶۳۳
$\theta=10^\circ$	۱/۱۲۶۷	۰/۵۸۴۳	۰/۳۹۵۶	۰/۲۰۶۸	۰/۳۰۵۰	۰/۵۶۳۳
$\theta=20^\circ$	۱/۱۲۶۷	۰/۶۰۶۶	۰/۴۰۹۳	۰/۱۸۷۶	۰/۳۷۸۴	۰/۵۶۳۳
$\theta=30^\circ$	۱/۱۲۶۷	۰/۶۳۲۹	۰/۴۲۷۶	۰/۲۲۳۰	۰/۲۸۰۳	۰/۵۶۳۳
$\theta=40^\circ$	۱/۱۲۶۷	۰/۶۶۷۵	۰/۴۵۴۲	۰/۲۲۶۸	۰/۲۸۵۳	۰/۵۶۳۳
$\theta=50^\circ$	۱/۱۲۶۷	۰/۷۱۲۰	۰/۵۰۵۰	۰/۲۶۹۶	۰/۳۸۹۹	۰/۵۶۳۳
$\theta=60^\circ$	۱/۱۲۶۷	۰/۷۶۹۱	۰/۵۷۴۹	۰/۳۰۸۷	۰/۴۰۱۴	۰/۵۶۳۳
$\theta=70^\circ$	۱/۱۲۶۷	۰/۸۴۸۵	۰/۶۷۶۳	۰/۳۲۹۹	۰/۴۱۷۴	۰/۵۶۳۳

جدول ۴- مقادیر پارامترهای مورد استفاده در شبیه سازی جریان سرریز (سانکاراناریان و راثو، ۱۹۹۶)

$H_d=11/3m$	$X_T=10/52m$	$X_L=0/88m$	$G_0=4/56m$
$R_G=9/38m$	$Y_T=3/66m$	$Y_L=4/52m$	

جدول ۵- مقادیر محاسبه شده بر اساس روش های مختلف جهت جریان سرریز

دبی خروجی جهت واحد پهنا (متر مربع بر ثانیه)			
روش EFG-NEM	روش FEM (سانکاراناریان و راثو، ۱۹۹۶)	نتایج عملی (سانکاراناریان و راثو، ۱۹۹۶)	هد جریان (متر)
۳۵/۲۵	۳۴/۳	۳۵	۸/۲۵۶
۳۹/۲۱	۳۸/۸۵	۳۹	۹/۸

- 3) Daneshmand, F., Javanmard, S.A.S., Adamowski, Jan F., Liaghat, T., Moshksar, M. M. 2012. Two-dimensional natural element analysis of double-free surface flow under a radial gate. Canadian Journal of Civil Engineering. 39: 643-653.
- 4) Daneshmand, F., Sharan, S. K., and Kadivar, M. H. 1999. Finite element analysis of double-free-surface flow through gates. Proc. 17th Canadian Congress of Applied Mechanics, McMaster Univ. Hamilton. 213-214.
- 5) Daneshmand, F., Sharan, S. K., and Kadivar, M. H. 2000. Finite Element Analysis of Double-Free surface Flow through Slit in Dam. Journal of the Hydraulics Division. ASCE. 126: 515-522.
- 6) Ferrari, A. 2010. SPH simulation of free surface flow over a sharp-crested weir. Advances in Water Resources. 33(3): 270-276.
- 7) Hoseini S H., 2014. 3D Simulation of Flow over a Triangular Broad-Crested Weir. Journal of River Engineering, SCIJOUR.
- 8) Ikegawa, M., and Washizu, K. 1973. Finite element method applied to analysis of flow over a spillway crest. International Journal for Numerical Methods in Engineering 6: 179-189.

نتایج بیان کننده همخوانی خوبی بین نتایج حاصل از شبیه سازی بر اساس روش ترکیبی گالرکین بدون المان - المان طبیعی با نتایج عملی می باشد که نشان می دهد روش ترکیبی گالرکین بدون المان - المان طبیعی توانایی مدل کردن مسائل سرریز دو بعدی را دارا می باشد.

تشکر و قدردانی

در اینجا لازم است از دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرودشت که در قالب طرح پژوهشی از این طرح حمایت نموده اند تشکر و قدردانی بعمل آید.

منابع

- 1) Cheng, A. H-D, Liggett, J. A., and Liu, P. L-F. 1981. Boundary calculations of sluice and spillway flows. Journal of the Hydraulics Division. ASCE. 107: 1163-1178.
- 2) Daneshmand, F., and Kazemzadeh Parsi, M. J. 2004. A meshless method for free surface flow through sluice gates. 6th International Conference on Hydroinformatics, Singapore.

- 9) Issacs, L. T. 1977. Numerical solution for flow under sluice gates. Journal of the Hydraulics Division. ASCE. 103: 473-481.
- 10) Kumar S, Ahmad Z and Mansoor T. 2011. A new approach to improve the discharging capacity of sharp-crested triangular plan form weirs. Flow measurement and instrumentation, Elsevier, Vol.22, pp.175-180.
- 11) Li, W., Xie, Q., and Chen, C. J. 1989. Finite analytic solution of flow over spillways. Journal of Engineering Mechanics. ASCE. 115: 2635-2648.
- 12) Liu, G.R. 2003. Mesh Free Methods: Moving Beyond the Finite Element Method, CRC Press LLC.
- 13) McCorquodale, J. A., and Li, C. Y. 1971. Finite element analysis of sluice gate flow. Transactions Engineering Institute of Canada. 14: C-2.
- 14) Most T. 2007. A natural neighbour-based moving least-squares approach for the element-free Galerkin method. International Journal for Numerical Methods in Engineering. 71. 224-252.
- 15) Sankaranarayanan, S., and Rao, H. S. 1996. Finite element analysis of free surface flow through gates. International Journal for Numerical Methods in Fluids. 22: 375-392.

